سوال:

فرض کنید که مجموعه برداری ، یک مجموعه برداری مستقل خطی است. در هر یک از بخش های سوال، مشخص کنید اگر بردار به مجموعه برداری اضافه شود، مجموعه برداری از نظر استقلال خطی تغییر می کند؟ *وضعیت این مجموعه برداری را از نظر استقلال خطی مشخص کنید.*

*پاسخ:*

*بنا به تعریف استقلال خطی می دانیم،* یک مجموعه برداری مستقل خطی خواهد بود اگر و تنها اگر هر یک از بردار ها را، نتوان به صورت ترکیب خطی دیگر بردار های آن مجموعه برداری نوشت. *از آنجایی که در این سوال، مجموعه برداری داده شده (یعنی مجموعه برداری ) خود به تنهایی مستقل خطی است. بنابراین، برای حل سوال تنها باید چک کنیم بردار را می توان به صورت ترکیب خطی بردار های این مجموعه نوشت یا نه. در صورتی که ترکیب خطی از بردار های باشد، آنگاه در صورت اضافه کردن به مجموعه ، این مجموعه وابسته خطی خواهد شد. در غیر اینصورت، این مجموعه برداری همچنان مستقل خطی باقی خواهد ماند.*

***قسمت a )***

*در ابتدا صرفا ماتریس افزونه این معادله را تشکیل داده و طی آن چک می کنیم که*

*از آنجایی که در حل، به پارادوکس رسیدیم، این به این معناست که معادله جواب ندارد. بنابراین نمی توانیم بردار را به صورت ترکیب خطی بردار های مجموعه برداری نوشت. پس بعد اضافه کردن بردار به مجموعه برداری این مجموعه برداری همچنان* ***مستقل خطی*** *باقی خواهد ماند.*

***قسمت b )***

*در ابتدا صرفا ماتریس افزونه این معادله را تشکیل داده و طی آن چک می کنیم که*

*همانطور که مشاهده می شود، پس از حل معادله متوجه شدیم که در قرار دارد. بنابراین اگر این بردار را به این مجموعه برداری اضافه کنیم، مجموعه برداری حاصل،* ***وابسته خطی*** *خواهد بود.*

**قسمت *c* )**

در ابتدا صرفا ماتریس افزونه این معادله را تشکیل داده و طی آن چک می کنیم که 

*در این قسمت هم، همانطور که مشاهده می شود با تناقض مواجه شدیم. بنابراین بردار را نمی توان به صورت ترکیب خطی بردار های مجموعه برداری نوشت. پس در صورتی که این بردار را به این مجموعه برداری اضافه کنیم، این مجموعه برداری همچنان* ***مستقل خطی*** *باقی خواهد ماند.*